
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ - Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ - ΑΥΤΟΤΕΛΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ
& ΤΜΗΜΑΤΩΝ ΣΥΝΔΥΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΣΑΒΒΑΤΟ 9 ΙΟΥΝΙΟΥ 2018

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

(Ενδεικτικές Απαντήσεις)

ΘΕΜΑ Α

Α1.
Τα ερωτήματα **α, β** είναι ορισμοί και το γ απόδειξη στη σελίδα 65 του σχολικού βιβλίου.

Α2.
Ορισμός στη σελίδα 83 του σχολικού βιβλίου.

Α3.

α. ΣΩΣΤΟ
β. ΛΑΘΟΣ
γ. ΛΑΘΟΣ
δ. ΣΩΣΤΟ
ε. ΛΑΘΟΣ

ΘΕΜΑ Β

Β1.
Επειδή το πλήθος των αριθμών είναι 5, δηλαδή περιττός, η διάμεσος είναι τιμή του δείγματος.
Άρα $4\alpha - 1 = 15$
$\alpha = 4$

Β2.
Για $\alpha = 4$ το δείγμα διαμορφώνεται: 14, 12, 18, 15, 16.

Άρα $\bar{x} = \dfrac{14+12+18+15+16}{5} = 15$

$$S^2 = \frac{1}{5}\left[(14-15)^2 + (12-15)^2 + (18-15)^2 + (15-15)^2 + (16-15)^2\right]$$

$$S^2 = 4$$

Β3.

$$CV = \frac{S}{|\bar{x}|}100\% = \frac{2}{15}100\% \cong 13,3\% > 10\%$$

Άρα το δείγμα **δεν** είναι ομοιογενές.

Β4.
Αν πολλαπλασιάσουμε όλους τους αριθμούς με -2 και προσθέσουμε το 5, τότε το νέο δείγμα γίνεται

$$y_i = -2x_i + 5,\ i = 1,2,3,4,5$$

Άρα $\bar{y} = -2\bar{x} + S = -25$

$$S_y = |-2| S_x = 4$$

$$CV_y = \frac{S_y}{|\bar{y}|}100\% = 16\%$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Η f είναι συνεχής για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ως πολυωνυμική και παραγωγίσιμη με:

$$f'(x) = 6x^2 - 6\kappa x$$

Αφού η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο Μ(1, f(1)) είναι παράλληλη στον άξονα x'x, ισχύει ότι:

$f'(1) = 0$

$6 - 6\kappa = 0$

$\kappa = 1$

Γ2.

Από (1) για κ = 1: $f'(x) = 6x^2 - 6x$

Η f'(x) είναι ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης με: $f''(x) = 12x - 6$

$$f''(x) = 0$$

$12x - 6 = 0$

$$x = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
f''(x)	-		+
f'(x)	↓		↑

Άρα ο ρυθμός μεταβολής γίνεται ελάχιστος για $x = \frac{1}{2}$.

Γ3.

Έχω:

$f'(-1) = 12$

$f''(x) = 12x - 6$

$f''(-1) = -18$

Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης είναι $\lambda = f''(-1) = -18$

Άρα η εξίσωση της εφαπτομένης της f' στο σημείο (-1, 12) είναι:

ε: $y = -18x + \beta$

Αφού $(-1, 12) \in$ ε, έχω $12 = -18(-1) + \beta$

Δηλαδή $\beta = -6$.

Επομένως ε: $y = -18x - 6$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Η f είναι συνεχής και παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με

$$f'(x) = \left(\sqrt{x^2+4} + 2018\right)' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+4}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$$

Δ2.

Το πρόσημο της f' εξαρτάται από τον αριθμητή x, δεδομένου ότι $\sqrt{x^2+4} > 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'(x)	-		+
f(x)	↓		↑

Η f είναι γνήσια φθίνουσα στο $(-\infty, 0]$.

Η f είναι γνήσια αύξουσα στο $[0, +\infty)$.

Η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο για x = 0, το f(0) = 2020.

Δ3.

$$\lim_{x\to 0}\frac{(x^2+4)f'(x)-2x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{(x^2+4)\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}-2x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{x\sqrt{x^2+4}-2x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{x^2+4}-2\right)\left(\sqrt{x^2+4}+2\right)}{x\left(\sqrt{x^2+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{x\left(\sqrt{x^2+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{x^2+4}+2}=0$$