**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΔΕΥΤΕΡΑ 11 ΙΟΥΝΙΟΥ 2018**

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι, αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x0, τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό. **Μονάδες 7**

**A2.** Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Κάθε συνάρτηση f : που είναι “1-1” είναι και γνησίως μονότονη.»

**α.** Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής. (μονάδα 1)

**β.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α. (μονάδες 3)

**Μονάδες 4**

**A3.** Να διατυπώσετε το Θεμελιώδες Θεώρημα του Ολοκληρωτικού Λογισμού.

**Μονάδες 4**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη. **α)** Η συνάρτηση f(x) = ημx με  έχει μία μόνο θέση ολικού μεγίστου.

**β)** Για κάθε παραγωγίσιμη συνάρτηση f σε ένα διάστημα Δ1, η οποία είναι γνησίως αύξουσα, ισχύει f’(x) > 0 για κάθε x ∈ Δ .

**γ)** Ισχύει .

**δ)** Αν η f είναι αντιστρέψιμη συνάρτηση, τότε οι γραφικές παραστάσεις C και C′ των συναρτήσεων f και f-1 αντίστοιχα είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία y = x .

**ε)** Κάθε κατακόρυφη ευθεία έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  , .

**B1.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα τοπικά ακρότατα.

**Μονάδες 8**

**B2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής.

**Μονάδες 4**

**B3.** Να βρείτε τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f .

**Μονάδες 6**

**B4**. Με βάση τις απαντήσεις σας στα παραπάνω ερωτήματα, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

**(Η γραφική παράσταση να σχεδιαστεί με στυλό με μελάνι που δε σβήνει.)**

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Γ**

Έχουμε ένα σύρμα μήκους 8m, το οποίο κόβουμε σε δύο τμήματα. Με το ένα από αυτά, μήκους x m, κατασκευάζουμε τετράγωνο και με το άλλο κύκλο.

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των εμβαδών των δύο σχημάτων σε τετραγωνικά μέτρα, συναρτήσει του x, είναι

.

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των εμβαδών των δύο σχημάτων ελαχιστοποιείται, όταν η πλευρά του τετραγώνου ισούται με τη διάμετρο του κύκλου.

**Μονάδες 10**

**Γ3.** Να αποδείξετε ότι υπάρχει ένας μόνο τρόπος με τον οποίο μπορεί να κοπεί το σύρμα μήκους 8m, ώστε το άθροισμα των εμβαδών των δύο σχημάτων να ισούται με 5 m2.

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση με α > 1.

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή του α > 1 η γραφική παράσταση της συνάρτησης f έχει ακριβώς ένα σημείο καμπής.

**Μονάδες 3**

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι υπάρχουν μοναδικά , τέτοια ώστε η συνάρτηση f να παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο x1 και τοπικό ελάχιστο στο x2.

**Μονάδες 7**

**Δ3.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση f(x) = f(1) είναι αδύνατη στο (α, x2 ).

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Αν α = 2 να αποδείξετε ότι.

**Μονάδες 9**