**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΔΕΥΤΕΡΑ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω A .

**α)** Τ ι ονομάζουμε πραγματική συνάρτηση με πεδίο ορισμού το A ;

(Μονάδες 2 )

**β) i .** Πότε μια συνάρτηση f : A έχει αντίστροφη;

(Μονάδα 1 )

**ii.** Αν ισχύουν οι προϋποθέσεις του **(i),** πώς ορίζεται η αντίστροφη συνάρτηση της f ;

(Μονάδες 3)

**Μονάδες 6**

**A2.** Να διατυπώσετε το θεώρημα του Fermat που αφορά τα τοπικά ακρότατα μιας συνάρτησης .

**Μονάδες 4**

**A3.** Έστω μια συνάρτηση f, η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ . Αν f’(x) > 0 σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το Δ.

**Μονάδες 5**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση και δίπλα στο γράμμα τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, α ν η πρόταση είναι λανθασμένη. **Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.**

**α)** Για κάθε συνάρτηση f, η οποία είναι παραγωγίσιμη στο  με f’(x) = 0 για κάθε x∈A, ισχύει ότι η f είναι σταθερή στο A .

(Μονάδα 1 για τον χαρακτηρισμό Σωστό /Λάθος

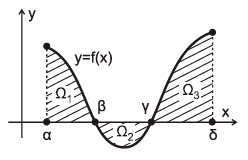
Μονάδες 3 για την αιτιολόγηση)

**β)** Για κάθε συνάρτηση f : A , όταν υπάρχει το όριο της f καθώς το x τείνει στο x0A, τότε αυτό το όριο ισούται με την τιμή της f στο x0 .

(Μονάδα 1 για τον χαρακτηρισμό Σωστό /Λάθος

Μονάδες 3 για την αιτιολόγηση)

**Μονάδες 8**

**A5.** Έστω η συνάρτηση f του διπλανού σχήματος. Αν για τα εμβαδά των χωρίων Ω1, Ω2 κ α ι Ω3 ισχύει ότι Ε(Ω1) =2 , Ε(Ω2)=1 και Ε(Ω3)=3, τότε το είναι ίσο με:

**α)** 6 **β)** -4 **γ)** 4 **δ)** 0 **ε)** 2

Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

**Μονάδες 2**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση f:με τύπο f(x)=e-x+λ , όπου , η οποία έχει οριζόντια ασύμπτωτη στο +∞ την ευθεία y=2.

**B1.** Να αποδείξετε ότι λ = 2.

**Μονάδες 3**

**B2.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση f(x) - x = 0 έχει μοναδική ρίζα, η οποία βρίσκεται στο διάστημα (2, 3).

**Μονάδες 7**

**B3.** Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι 1-1 (μονάδες 2) και στη συνέχεια να βρείτε την αντίστροφή της (μονάδες 4) .

**Μονάδες 6**

**B4.** Έστω. Να βρείτε την κατακόρυφη ασύμπτωτη της γραφικής της παράστασης (μονάδες 3) και στη συνέχεια να κάνετε μια πρόχειρη γραφική παράσταση των συναρτήσεων f και f-1 στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων (μονάδες 6).

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση



**Γ1.** Να αποδείξετε ότι α=1 και β=1.

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο  και να βρείτε το σύνολο τιμών της.

**Μονάδες 4**

**Γ3. i.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση f(x) = 0 έχει μοναδική ρίζα x0, η οποία είναι αρνητική .

(Μονάδες 4)

**ii.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  είναι αδύνατη στο o (x0, +∞) .

(Μονάδες 4)

**Μονάδες 8**

**Γ4.** Ένα σημείο M(x, y) κινείται κατά μήκος της καμπύλης y =f(x), x 1. Τη χρονική στιγμή t0 κατά την οποία το σημείο M διέρχεται από το σημείο A(3, 10) , ο ρυθμός μεταβολής της τετμημένης του σημείου M είναι 2 μονάδες ανά δευτερόλεπτο. Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής του εμβαδού του τριγώνου  τη χρονική στιγμή t0 , όπου K(x, 0) και O(0, 0) .

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνονται η συνάρτηση f: με τύπο  όπου α, β και η ευθεία (ε) : , η οποία εφάπτεται στη γραφική παράσταση της f στο σημείο της A(1, 1) .

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι α=-1 και β=2.

**Μονάδες 4**

**Δ2.** Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f , την ευθεία (ε) και τις ευθείες x =1 και x = 2.

**Μονάδες 5**

**Δ3. i.** Nα αποδείξετε ότι f’(x), για κάθε .

(Μονάδες 3)

**ii.** Nα αποδείξετε ότι  για κάθε .

(Μονάδες 5)

**Μονάδες 8**

**Δ4.** Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f και η γραφική παράσταση της συνάρτησης  έχουν μοναδική κοινή εφαπτομένη και να βρείτε την εξίσωσή της.

**Μονάδες 8**