**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ**

**ΠΕΜΠΤΗ 18 ΙΟΥΝΙΟΥ 2020**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

**(Ενδεικτικές απαντήσεις)**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Θεωρία σελίδα 16.

**Α2.** α΄) Λ β’) Σ γ’) Λ

**Α3.** α’) (f(x)g(x))’ = f’(x)g(x) + f(x)g’(x)

 β’)  με x > 0

 γ’) (συνx)’ = - ημx

**Α4.** Θεωρία σελίδα 28-29.

**ΘΕΜΑ Β**

**Β1.** Αφού το 40% των μαθητών δε διάβασαν κανένα βιβλίο έχουμε f1% = 40%. Άρα:

f1% = F1% = 40%

f2% = F2% − F1% = 70% − 40% = 30%

f3% = F3% − F2% = 90% − 70% = 20%

**2ος τρόπος**: Είναι

f3% = 100%−f1%−f2%−f3%−f4% = 100%−10%−30%−10% = 20%

Από την άλλη είναι

f3% =  = 100 ⇔ 20 =  · 100 ⇔ υ =  ⇔ ν = 50

και

f1% =  = 100 ⇔ 40 =  · 100 ⇔ υ1 = 20

f2% =  = 100 ⇔ 30 =  · 100 ⇔ υ2 = 15

f4% =  = 100 ⇔ 10 =  · 100 ⇔ υ4 = 5

ή

υ4 = 50 − υ1 − υ2 − υ3 = 50 − 20 − 15 − 10 = 5

Οπότε,

N1 = υ1 = 20

N2 = N1 + υ2 = 20 + 15 = 35

N3 = N2 + υ3 = 35 + 10 = 45

N4 = N3 + υ4 = 45 + 5 = 50

Ο πίνακας συμπληρώνεται ως εξής:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x1 | υi | fi% | Ni | Fi% |
| 0 | 20 | 40 | 20 | 40 |
| 1 | 15 | 30 | 35 | 70 |
| 2 | 10 | 20 | 45 | 90 |
| 3 | 5 | 10 | 50 | 100 |
| Σύνολο  | 50 | 100 |  |  |

**Β2.** Το ποσοστό των μαθητών που είχε διαβάσει αντιστοιχεί στη σχετική συχνότητα f4% = 10%.

**Β3.** Τουλάχιστον ένα βιβλίο διάβασαν οι υ2 + υ3 + υ4 = 15 + 10 + 5 = 30 μαθητές.

**Β4.** Το πολύ 2 βιβλία διάβασε το

f1% + f2% + f3% = 40% + 30% + 20% = 90%

των μαθητών.

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Είναι f(-1) = -2 οπότε:



**Γ2.** Για λ = 3 είναι f(x) = x3 – 3x2 = 2 οπότε:

 f’(x) = 3x2 – 6x

 f’’(x) = 6x – 6

**Γ3.** Είναι





Από το πίνακα διαπιστώνουμε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο (−∞, 0], γνησίως φθίνουσα στο [0, 2] και γνησίως αύξουσα στο [2, +∞). Οπότε η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο x0  = 0 ίσο με f(0) = 2 και τοπικό ελάχιστο στο x0 = 2 ίσο με f(2) = −2.

**Γ4.** Για λ = 3 είναι



**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Για την f(x) = (x2 + 4x + 5)2020 έχουμε:

f′(x) = 20 (x2 + 4x + 5)19 (x2 + 4x + 5)’

 = 20 (x2 + 4x + 5)19 (2x + 4)

 = 20 (x2 + 4x + 5)19 ∙2 (x + 2)

 = 40 (x2 + 4x + 5)19 (x + 2)

**Δ2.** Είναι:



**Δ3.** Η εφαπτομένη (ε) είναι παράλληλη στον άξονα x′x άρα f(x0) = 0 ⇔ x0 = −2 από το ερώτημα Δ2. Επιπλέον είναι

f(-2) = (4 – 8 + 5)20 = 120 = 1

Άρα ζητείται η εφαπτομένη η οποία είναι παράλληλη στον άξονα x’x και διέρχεται από το σημείο B(−2, 1). Έστω y = αx + β η ζητούμενη εφαπτομένη. Εφόσον είναι παράλληλη στον άξονα x’x είναι α = 0 και εφόσον διέρχεται από το Β είναι

1 = 0 ∙(-2) + β  β = 1

Άρα η ζητούμενη εφαπτομένη είναι η y = 1.

**Δ4.** Έστω το σημείο Α(x, 1), x > 0 επί της ευθείας y = 1. Είναι:



**2ος τρόπος:** Αν θεωρήσουμε το ορθογώνιο τρίγωνο AOB όπως αυτό απεικονίζεται στο σχήμα έχουμε:



τότε από το Πυθαγόρειο Θεώρημα έχουμε:



Θεωρώ τη συνάρτηση  η οποία είναι παραγωγίσιμη με παράγωγο



Οπότε .