ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 17 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

(Ενδεικτικές Απαντήσεις)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Ορισμός σελ. 65
Α2. Απόδειξη σελ. 28
Α3.
α. ΛΑΘΟΣ
β. ΣΩΣΤΟ
γ. ΛΑΘΟΣ

Α4. α. $\left(\frac{1}{x}\right)' = \left(x^{-1}\right)' = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

β. $\left(x^{\nu}\right)' = \nu x^{\nu-1}$

γ. $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

Β1. Αφού η γραφική παράσταση της τέμνει τον άξονα x΄x σε σημείο με τετμημένη ίση με 1, πρέπει να ισχύει $f(1)=0 \Leftrightarrow 1-a+2=0 \Leftrightarrow \alpha=3$

Β2. $g(x)=\frac{f(x)}{x^2-1}=\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$

άρα πρέπει $x^2-1\neq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 1$ και $x\neq -1$

επομένως, $Ag=\mathbb{R}-\{-1,1\}$

Β3. Παραγοντοποιώντας τον αριθμητή x^2-3x+2 προκύπτει (x-2)(x-1)

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)(x+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{x-2}{x+1}=-\frac{1}{2}$$

Β4. $f'(x)=2x-3, f'(0)=-3, f(0)=2$

λ =f'(0) = -3 η εξίσωση της ευθείας είναι της μορφής y=λx+β, αφού λ=-3 επομένως

ε: y = -3x+β

το Μ(0,2) ανήκει στην ευθεία άρα την επαληθεύει επομένως

$$2=-3\cdot 0+\beta \Leftrightarrow \beta=2$$

άρα η ευθεία που προκύπτει είναι η ε: y = -3x+2

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Έτη υπηρεσίας [,)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	a_i
[4,8)	6	5	0,1	36°
[8,12)	10	15	0,3	108^0
[12,16)	14	10	0,2	72^0
[16,20)	18	20	0,4	144°
Σύνολο		50	1	360°

$x_1=\frac{4+8}{2}=6, x_2=\frac{8+12}{2}=10, x_3=\frac{12+16}{2}=14, x_4=\frac{16+20}{2}=18$

Από το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων βρίσκουμε ότι

$$f_1=0{,}1,\quad f_2=0{,}3,\quad f_3=0{,}2,\quad f_4=0{,}4$$

$$v_2=0{,}3\cdot 50=15,\quad v_3=0{,}2\cdot 50=10$$

$$\alpha_2=360\cdot 0{,}3=108^0,\quad \alpha_3=360\cdot 0{,}2=72^0$$

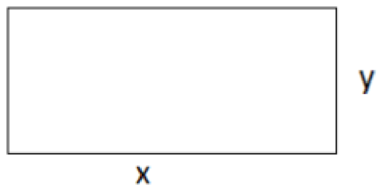
Γ2. $v_2+v_3+v_4=15+10+20=45$ εκπαιδευτικοί

Γ3. $f_1\%+f_2\%+f_3\%=10\%+30\%+20\%=60\%$

Γ4. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με 1

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



$\Pi=2x+2y \Leftrightarrow 80=2x+2y \Leftrightarrow 80-2x$

$=2y \Leftrightarrow y=40-x$

Επομένως $E(x)=x\cdot y=x(40-x)=-x^2+40x$

Πρέπει $x>0, y>0 \Leftrightarrow 40-x>0 \Leftrightarrow x<40$

Επομένως, $0<x<40$

Δ2. $E'(x)=-2x+40, E'(x)=0 \Leftrightarrow x=20$

x	0	20	40
E'	+		-
E	↗		↘

Για $x\in(0,20]$ η Ε είναι γνησίως αύξουσα

Για $x\in[20,40)$ η Ε είναι γνησίων φθίνουσα

Δ3. Για x=20 το εμβαδόν του οικοπέδου γίνεται μέγιστο με τιμή

$E(20)=-20^2+40\cdot 20=-400+800=400m^2$

Δ4. $x_A, x_B \in [20,40)$ όπου η Ε είναι γνησίως φθίνουσα τότε:

$$x_A < x_B \Leftrightarrow E(x_A) > E(x_B)$$

επομένως μεγαλύτερο είναι το οικόπεδο με πλευρά x_A=29,5m.